
Programmation Linéaire	Durée: 2 heures
Responsables: A. Lisser, R. Lopez, W. Benajam	
Nombre de pages: 1	
Tous documents autorisés	

Partiel de Programmation Linéaire

Exercice 1

On désire découper des bobines de tôle en "bobineaux" de largeur plus petite. On dispose de deux bobines :

- $B1$ de largeur 9 et de longueur 20.
- $B2$ de largeur 7 et de longueur 30.

Les bobineaux commandés sont de deux largeurs différentes : $l_1 = 3$ et $l_2 = 5$. La longueur totale des bobineaux de largeur 3 découpés doit être au moins égale à 40 et celle des bobineaux de largeur 5, au moins égale à 20.

On cherche comment disposer les bobineaux sur les bobines pour répondre à la demande tout en maximisant la surface totale découpée.

Formalisation du problème

Noter x_1 (resp. x_2) le nombre de bobineaux découpés de largeur 3 découpés dans la bobine $B1$ (resp. $B2$) et x_3 (resp. x_4) le nombre de ceux de largeur 5 découpés dans la bobine $B1$ (resp. $B2$). x_i doit être entier pour $i \in \{1, 2, 3, 4\}$.

Questions

1. Ecrire les 4 contraintes associées au problème, ainsi que la fonction objectif.
2. Montrer que, nécessairement, x_3 et x_4 valent 0 ou 1 et déduire une borne supérieure de x_1 et x_2 à l'aide des contraintes.
3. Ecrire les programme linéaire en variables bivalentes $\{0, 1\}$ associé au problème initial, toutes les contraintes étant de même sens.

Exercice 2

Soit le programme linéaire en variables bivalentes suivant :

$$\begin{aligned} \max_{x_1, x_2} \quad & (6x_1 + 1)(2x_2 + 1) - (3 - x_1)^2 + (1 + 2x_2)^2 - x_1 + x_2 + 7 \\ \text{s.c.} \quad & x_1 + 2x_2 \leq 2 \\ & x_1, x_2 \in \{0, 1\} \end{aligned}$$

Questions

1. Ecrire le programme obtenu après linéarisation des termes quadratiques.
2. Ecrire le programme semidéfini positif (SDP) correspondant.
3. Proposer 5 reformulations de la contrainte, et donner le programme SDP correspondant.